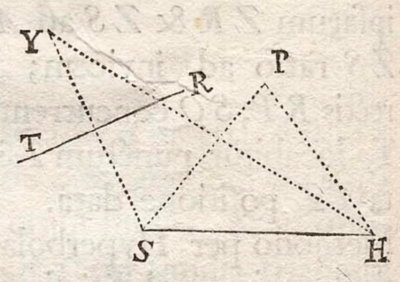
Cas. 3. Si omnes tres æquantur, locabitur punctum Z in centro circuli per puncta *A, B, C* transeuntis. *Q. E. I.*

Solvitur etiam hoc Lemma problematicum per Librum Tactionum *Apollonii* a *Vieta* restitutum.

Prop. XXI. Prob. XIII.

Trajectoriam circa datum umbilicum describere, quæ transibit per puncta data & rectas positione datas continget.

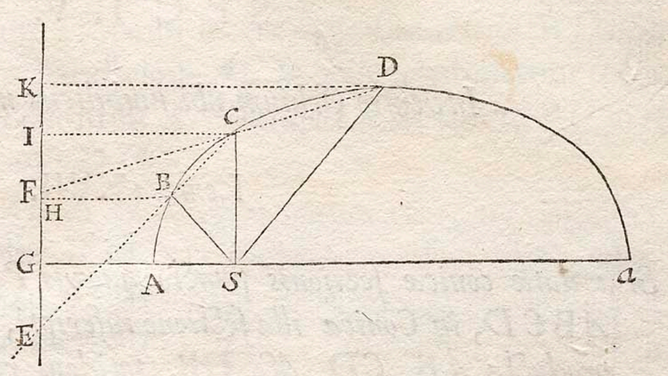
Detur umbilicus S, punctum *P*, & tangens *TR*, & inveniendus sit umbilicus alter *H*. Ad tangentem demitte perpendiculum *ST*, & produc idem ad *Y*, ut sit *TY* æqualis *ST*, & erit *YH* æqualis axi transverso. Junge *SP*, *HP*, & erit *SP* differentia inter *HP* & axem transversum. Hoc modo si dentur plures tangentes *TR*, vel plura puncta P, devenietur semper ad lineas totidem *YH*, vel *PH*, a dictis punctis *Y* vel P ad umbilicum *H* ductas, quæ vel æquantur axibus, vel datis longitudinibus *SP* differunt ab iisdem, atq; adeo quæ vel æquantur sibi invicem, vel datas habent differentias; & inde, per Lemma superius, datur umbilicus ille alter *H*. Habitis autem umbilicis una cum axis longitudine (quæ vel est *YH*, vel si Trajectoria Ellipsis est, *PH+SP*; sin Hyperbola, *PH−SP*) habetur Trajectoria. *Q. E. I.*



Scholium.

Casus ubi dantur tria puncta sic solvitur expeditius. Dentur puncta *B, C, D*. Junctas *BC, CD* produc ad *E,F*, ut sit *EB* ad *EC* ut *SB* ad *SC*, & *FC* ad *FD* ut *SC* ad S *D*. Ad *EF* ductam & productam demitte normales S *G*, B *H*, inq; *G* S infinite producta cape *GA* ad *AS* & *Ga* ad *a*S ut est *HB* ad *BS*; & erit *A* ver-

vertex, & *Aa* axis transversus Trajectoriæ: quæ, perinde ut *GA* minor, æqualis vel major fuerit quam *AS*, erit Ellipsis, Parabola vel Hyperbola; puncto *a* in primo casu cadente ad eandem partem lineæ *GK* cum puncto *A*; in secundo casu abeunte in infinitum; in tertio cadente ad contrariam partem lineæ *GK*. Nam si demittantur ad *GF* perpendicula *CI, DK*, erit *IC* ad *HB* ut *EC* ad *EB*, hoc est ut S *C* ad S *B*; & vicissim *IC* ad S *C* ut *HB* ad S *B*, seu *GA* ad S *A*. Et simili argumento probabitur esse *KD* ad S *D* in eadem ratione. Jacent ergo puncta *B, C, D* in Conisectione circa umbilicum S ita descripta, ut rectæ omnes ab umbilico S ad singula Sectionis puncta ductæ, sint ad perpendicula a punctis iisdem ad rectam *GK* demissa in data illa ratione.



Methodo haud multum dissimili hujus problematis solutionem tradit Clarissimus Geometra *De la Hire*, Conicorum suorum Lib. VIII. Prop XXV.

SECT